정답표와 예상 등급컷

정답표

공통과목

1번 ③ / 2번 ④ / 3번 ① / 4번 ② / 5번 ⑤

6번 ② / 7번 ① / 8번 ③ / 9번 ⑤ / 10번 ④

11번 ④ / 12번 ② / 13번 ⑤ / 14번 ① / 15번 ③

16번 9 / 17번 19 / 18번 410 / 19번 9 / 20번 3

21번 15 / 22번 53

확률과 통계

23번 ③ / 24번 ① / 25번 ④ / 26번 ② / 27번 ④

28번 ③ / 29번 7 / 30번 67

미적분

23번 ③ / 24번 ③ / 25번 ⑤ / 26번 ② / 27번 ④

28번 ③ / 29번 86 / 30번 9

기하

23번 ③ / 24번 ① / 25번 ⑤ / 26번 ③ / 27번 ④

28번 ③ / 29번 33 / 30번 601

예상 등급컷

공통과목과 선택과목을 합한 100점 만점 원점수 기준입니다.

선택과목	1등급	2등급	3등급
확률과 통계	86점	78점	72점
미적분	82점	76점	70점
기하	84점	78점	70점

위 점수는 문항 구성과 예상 풀이 부담을 바탕으로 정한 제작자 예상치입니다. 실제 응시 결과에 따라 달라질 수 있습니다.

공통과목 해설

1번 | 정답 ③ | 2점

R1. 같은 지수의 곱

조건

두 밑은 양수이다.

사용 과정

$54^{1/3}4^{1/3}=(54\cdot 4)^{1/3}=216^{1/3}$이다.

결과 · 다음 연결

따라서 6이다.

2번 | 정답 ④ | 2점

R1. 각 항 미분

조건

x=1의 미분계수를 구한다.

사용 과정

$f'(x)=4x^3-8x$에 1을 넣는다.

결과 · 다음 연결

4-8=-4이다.

공통과목 3번 해설

3번 | 정답 ① | 3점

R1. 가운데 항과 연결

조건

3과 7의 가운데 번호는 5이다.

사용 과정

$a_3 = a_5 - 2d$, $a_7 = a_5 + 2d$이므로 $2a_5 = 30$이다.

결과 · 다음 연결

15이다.

4번 | 정답 ② | 3점

R1. 공통 인수 약분

조건

x는 1에 가까워지지만 약분할 때 $x \neq 1$이다.

사용 과정

분자는 $(x-1)(x^2+x+1)$, 분모는 $(x-1)(x+1)$이다. 약분한 뒤 x=1을 넣는다.

결과 · 다음 연결

3/2이다.

공통과목 5번 해설

5번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 사분면으로 부호 결정

조건

제3사분면이므로 사인은 음수, 탄젠트는 양수이다.

사용 과정

$\sin\theta=-4/5$, $\tan\theta=4/3$이다. 대입하면 -8-20/3이다.

결과 · 다음 연결

-44/3이다.

6번 | 정답 ② | 3점

R1. 두 묶음의 비로 공비를 정한다

조건

공비를 $r>0$이라 하면 $a_3+a_4=r^2(a_1+a_2)$이다.

사용 과정

$r^2=54/6=9$이고 $r>0$이므로 $r=3$이다. $a_1(1+3)=6$에서 $a_1=3/2$이다.

결과 · 다음 연결

$a_4=a_1r^3=(3/2)\cdot 27=81/2$이다.

공통과목 7번 해설

7번 | 정답 ① | 3점

R1. 부호가 바뀌는 점에서 나누기

조건

x(x-2)는 0<x<2에서 음수,2<x<3에서 양수이다.

사용 과정

적분값은 $-\int_0^2(x^2-2x)dx+\int_2^3(x^2-2x)dx=4/3+4/3$이다.

결과 · 다음 연결

8/3이다.

8번 | 정답 ③ | 3점

R1. 가운데 항부터 복원

조건

등비수열에서 a1a3=a2^2 이다.

사용 과정

a1a2a3=a2^3 =216이므로 a2=6이다. 따라서 a1+a3=15,a1a3=36이다.

결과 · 다음 연결

두 끝항은3,12이고 크기 조건에서 a1=3이다.

R2. 공비와 합

조건

공비는a2/a1=2이다.

사용 과정

첫5항의 합=3(2 -1)/(2-1)이다.

결과 · 다음 연결

93이다.

공통과목 9번 해설

9번 | 정답 ⑤ | 4점

R1. 평행 조건을 미분계수로 옮기기

조건

두 점을 잇는 직선의 기울기는0이다.

사용 과정

$3x^2-6x=0$에서 접점의 x좌표는0,2이다. 함숫값은0,-4이다.

결과 · 다음 연결

합은 -4이다.

10번 | 정답 ④ | 4점

R1. 진수 범위와 곱

조건

1<x<9에서만 로그가 정의된다.

사용 과정

$(x-1)(9-x)=8$에서 x^2 -10x+17=0이다. 두 근$5\pm2\sqrt{2}$는 모두 정의역 안이다.
합10,곱17을쓴다.

결과 · 다음 연결

제곱의 합=100-34=66이다.

공통과목 11번 해설

11번 | 정답 ④ | 4점

R1. 넓이에서 각의 정보 얻기

조건

넓이=(1/2)AB · AC · sin A이다.

사용 과정

$\sin A = 2\sqrt{6}/5$이고 둔각 조건에서 cos A=-1/5이다. 코사인법칙으로 BC^2 =25+49-70(-1/5)이다.

결과 · 다음 연결

88이다.

12번 | 정답 ② | 4점

R1. 접선의 원점 통과

조건

접선의 기울기는 F′(2)이고 원점과 접점을 잇는 기울기는 F(2)/2이다.

사용 과정

F(2)=8/3+2a, F′(2)=4+2a이므로 8/3+2a=8+4a이다.

결과 · 다음 연결

a=-8/3이다.

공통과목 13번 해설

13번 | 정답 ⑤ | 4점

R1. 양 끝의 이동을 반영

조건

원시함수를 H라 하면 $F(x)=H(x+1)-H(x)$이다.

사용 과정

$F'(x)=(x+1)^3-3(x+1)^2-(x^3-3x^2)=3x^2-3x-2$이다. 판별식$33>0$이다.

결과 · 다음 연결

두 근의 합은1이다.

14번 | 정답 ① | 4점

R1. 고정된 각의 정보를 복원

조건

세 변의 길이가 주어졌다.

사용 과정

코사인법칙에서 $\cos A=(100+25-45)/(2\cdot10\cdot5)=4/5$이다. AD=t로 놓는다.

결과 · 다음 연결

삼각형 ACD의 두 변과 끼인각으로 CD^2 를 나타낼 수 있다.

공통과목 14번 해설

R2. 거리와 분할 길이를 결합

조건

$0<t<10$이고 $DB=10-t$이다.

사용 과정

$CD^2=t^2+25-2\cdot 5t\cdot(4/5)=t^2-8t+25$이다. 조건과 같게 두면 $2t^2-18t+25=0$이다. 두 근은 $(9\pm\sqrt{31})/2$로 모두0과10 사이이다.

결과 · 다음 연결

$u+v=9, uv=25/2$이다.

R3. 목표 조합 구하기

조건

개별 근을 다시 제곱할 필요는 없다.

사용 과정

$u^2+v^2=(u+v)^2-2uv=81-25$이다.

결과 · 다음 연결

56이다.

15번 | 정답 ③ | 4점

R1. 미분불가능한 점에서 인수 얻기

조건

$f(2)=0$이고 주어진 극한이9이므로2는 단순근이다.

사용 과정

$f(x)=(x-2)(x^2+px+q)$로 놓는다. $f(0)=-2$에서 $q=1$이다.

결과 · 다음 연결

남은 미지수는 p이다.

공통과목 15번 해설

R2. 극한이 주는 두 후보

조건

$|f(x)|/|x-2|$의 극한은 $|5+2p|$이다.

사용 과정

$|5+2p|=9$에서 $p=2$ 또는 -7이다. $p=-7$이면 x^2-7x+1의 서로 다른 두 실근이 있고, 둘 다2와 다르므로 $|f|$가 그 점들에서도 미분불가능하다. 조건에 어긋난다.

결과 · 다음 연결

$p=2$이고 $f(x)=(x-2)(x+1)^2$ 이다.

R3. 남은 후보 확인과 대입

조건

-1은 중근이므로 $|f|$는 그 점에서 미분가능하다.

사용 과정

2에서만 미분불가능한 조건을 만족하며 $f(3)=1 \cdot 16$이다.

결과 · 다음 연결

16이다.

16번 | 정답 9 | 3점

R1. 양수인 새 미지수 도입

조건

2^x는 항상양수이다.

사용 과정

$t=2^x$로 놓으면 $(t-4)(t+1)=0$이다. $t=-1$은 제외하고 $t=4$이므로 $x=2$이다.

결과 · 다음 연결

$2x+5=9$이다.

공통과목 17번 해설

17번 | 정답 19 | 3점

R1. 적분 나누기

조건

적분의 상수배와 합을 분리한다.

사용 과정

3∫f=15이고 ∫0²2x=4이다.

결과 · 다음 연결

19이다.

18번 | 정답 410 | 3점

R1. 부분합의 차로 일반항

조건

n≥2에서 an=Sn-Sn-1이고 n=1도 별도확인한다.

사용 과정

an=4n-3이며 a1=1과 일치한다. 따라서 a2k=8k-3이다.

결과 · 다음 연결

8 · 55-30=410이다.

공통과목 19번 해설

19번 | 정답 9 | 3점

R1. 경계의 연속과 미분가능

조건

x=2에서 좌우 미분계수와 함숫값이 같아야 한다.

사용 과정

b=4이고 4+a=2b+1=9이므로 a=5이다.

결과 · 다음 연결

a+b=9이다.

20번 | 정답 3 | 4점

R1. 같은 최솟값의 두 위치

조건

F는 최고차항이 $x^4/4$인 사차함수이며 F(0)=F(2)=0이다.

사용 과정

F가 음수가 되지 않으므로 두 영점0,2에서 부호가 바뀔 수 없다. 따라서 각각짝수중근이다. 차수가4이므로 $F(x)=x^2(x-2)^2/4$로 결정된다.

결과 · 다음 연결

$F'=f=x(x-1)(x-2)$이다.

공통과목 20번 해설

R2. 절댓값 적분의 경계

조건

0<x<1에서 f>0, 1<x<2에서 f<0이다.

사용 과정

$\int_0^2 |f| = F(1)-F(0)-F(2)+F(1) = 2F(1)$이다. $F(1)=1/4$이다.

결과 · 다음 연결

적분=1/2, p+q=3이다.

21번 | 정답 15 | 4점

R1. 세 교점을 만드는 높이에서 두 극값을 얻는다

조건

F는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이다. 수평선과 세 번 만나게 하는 높이의 범위가 $(-2, 2)$이다.

사용 과정

F의 극댓값은 2, 극솟값은 -2이다. 두 임계점의 중점을 h, 그 간격의 절반을 $d>0$이라 하면 $F'(x) = 3\{(x-h)^2 - d^2\}$이다. 적분하여 $F(x) = (x-h)^3 - 3d^2(x-h) + e$로 쓸 수 있다.

결과 · 다음 연결

두 극값은 $e+2d^3, e-2d^3$이므로 $e=0$, $d=1$이다.

R2. 같은 높이를 주는 두 위치 후보를 남긴다

조건

$F(x) = (x-h)^3 - 3(x-h)$이고 $F(0)=2$이다.

사용 과정

$-h^3+3h=2$에서 $(h-1)^2(h+2)=0$이므로 $h=1$ 또는 $h=-2$이다.

결과 · 다음 연결

$f(0)>0$을 사용하려면 각 h에서 f의 상수항을 복원해야 한다.

공통과목 21번 해설

R3. 구간 적분의 계수를 비교하여 후보를 결정한다

조건

$f(x)=x^3+\mathrm{A}x^2+\mathrm{B}x+\mathrm{C}$로 놓으면
$\mathrm{F}(x)=x^3+(\mathrm{A}+3/2)x^2+(\mathrm{A}+\mathrm{B}+1)x+(1/4+\mathrm{A}/3+\mathrm{B}/2+\mathrm{C})$이다.

사용 과정

$\mathrm{F}(x)=x^3-3hx^2+(3h^2-3)x+2$와 계수를 비교하면 $\mathrm{A}=-3h-3/2$, $\mathrm{B}=3h^2+3h-5/2$,
$\mathrm{C}=7/2-h/2-3h^2/2$이다. $h=1$이면 $\mathrm{C}=3/2>0$, $h=-2$이면 $\mathrm{C}=-3/2<0$이다.

결과 · 다음 연결

$h=1$이므로 $f(x)=x^3-\frac{9}{2}x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$이다.

R4. 목표값과 원래 조건을 확인한다

조건

복원한 함수에서 $\mathrm{F}(x)=(x-1)^3-3(x-1)$이다.

사용 과정

극댓값 2, 극솟값 -2이고 $\mathrm{F}(0)=2$, $f(0)=3/2>0$이므로 모든 조건을 만족한다.
$f(4)=64-72+14+3/2=15/2$이다.

결과 · 다음 연결

$2f(4)=15$이다.

공통과목 22번 해설

22번 | 정답 53 | 4점

R1. 두 겹 절댓값에서 출력 후보 만들기

조건

바깥 절댓값에서 $|2^x-a|=b-1$ 또는 $b+1$이다.

사용 과정

2^x의 네 값은 $a-b-1$, $a-b+1$, $a+b-1$, $a+b+1$이다. $b>1$에서 이 순서대로 증가하고, $a>b+1$에서 모두양수이다.

결과 · 다음 연결

2^x가 증가하므로 네 근의 순서도 이 출력 순서와 같다.

R2. 근의 합을 출력의 곱으로 연결

조건

α 와γ 의 출력은 $a-b-1$과 $a+b-1$이다.

사용 과정

$2^{(\alpha+\gamma)}=8$에서 $(a-1)^2-b^2=8$이다. 마찬가지로 $(a+1)^2-b^2=32$이다. 두 식의 차는$4a=24$이다.

결과 · 다음 연결

$a=6$이고 첫 식에서 $b^2=17$이다.

R3. 후보 범위와 목표 확인

조건

$b=\sqrt{17}>1$이고$6>\sqrt{17}+1$이다.

사용 과정

네 출력이 모두 양수이고 서로 달라 원래 네 근 조건을 만족한다.

결과 · 다음 연결

$a^2+b^2=36+17=53$이다.

확률과 통계 해설

23번 | 정답 ③ | 2점

R1. 중복 나열 제거

조건

A 두 개와 B 두 개는 각각 구별하지 않는다.

사용 과정

5!을 각각의 내부 교환 2! · 2!로 나눈다.

결과 · 다음 연결

120/4=30이다.

24번 | 정답 ① | 3점

R1. 서로 겹치지 않는 두 경로

조건

B는A와함께일어나는경우와A가일어나지않은상태에서일어나는경우로 나뉜다.

사용 과정

P(A∩B)=(2/5)(3/4)=3/10이다. P(A^c∩B)=(3/5)(1/4)=3/20이다.

결과 · 다음 연결

두확률을더하면9/20이다.

확률과 통계 25번 해설

25번 | 정답 ④ | 3점

R1. 공통 곱 np를 활용

조건

평균은 np, 분산은 np(1-p)이다.

사용 과정

6(1-p)=2에서 p=2/3이다. np=6에 대입한다.

결과 · 다음 연결

n=9이다.

26번 | 정답 ② | 3점

R1. 표준화 후 구간 분리

조건

표준편차는4이다.

사용 과정

(X-30)/4로 표준화하면 구간은 -1부터2까지이다. 0을 기준으로 나누고 대칭성을 쓴다.

결과 · 다음 연결

0.3413+0.4772=0.8185이다.

확률과 통계 27번 해설

27번 | 정답 ④ | 3점

R1. 모평균과 모분산 복원

조건

평균은 선형으로, 분산은 계수의 제곱으로 변한다.

사용 과정

$E(X)=5$, $V(X)=25$이다. 표본평균의 평균은5이고 분산은$25/25=1$이다.

결과 · 다음 연결

합은6이다.

28번 | 정답 ③ | 4점

R1. 홀수 자리에 들어가는 수의 종류를 분류한다

조건

각 수는 전체에 두 개씩 있고 홀수 자리 네 수의 합은 10이다.

사용 과정

홀수 자리의 수를 작은 것부터 적으면 가능한 경우는 $(1,1,4,4)$, $(2,2,3,3)$, $(1,2,3,4)$뿐이다. 각 수의 개수가 2 이하라는 조건으로 나머지 분할은 제외된다.

결과 · 다음 연결

앞의 두 경우는 홀수 자리와 짝수 자리에서 사용하는 숫자의 집합이 서로 다르므로 이웃 조건이 자동으로 만족된다.

확률과 통계 28번 해설

R2. 서로 다른 숫자 집합을 사용하는 두 경우를 센다

조건

홀수 자리가 $(1,1,4,4)$이면 짝수 자리는 $(2,2,3,3)$이고, 반대 경우도 있다.

사용 과정

각 경우의 나열 수는 $\frac{4!}{2!\,2!}\cdot\frac{4!}{2!\,2!}=36$이다.

결과 · 다음 연결

두 경우의 합은 72이다.

R3. 홀짝 자리에 같은 네 수를 쓰는 경우의 인접 제한을 센다

조건

홀수 자리에 $1,2,3,4$가 하나씩 놓이는 경우는 $4!$ 개이다. 한 순서를 a,b,c,d로 고정하고 짝수 자리의 수를 e_1,e_2,e_3,e_4라 하자.

사용 과정

e_1은 c,d 중 하나이다. $e_1=c$일 때 $e_2=a$로 놓으면 마지막 자리에 d가 남아 이웃 조건에 어긋난다. 따라서 $e_2=d$이고 $(e_3,e_4)=(a,b),(b,a)$의 두 경우가 가능하다. $e_1=d$이면 $e_2=a$가 강제되고 $e_3=b, e_4=c$의 한 경우가 가능하다. 따라서 각 홀수 순서마다 3가지이다.

결과 · 다음 연결

전체 경우의 수는 $72+4!\cdot 3=144$이다.

확률과 통계 29번 해설

29번 | 정답 7 | 4점

R1. 모멘트에서 분포 결정

조건

세 확률을 p0,p1,p2라 하자.

사용 과정

p1+2p2=1, p1+4p2=E(X^2)=3/2이다. 따라서 p2=p0=1/4,p1=1/2이다.

결과 · 다음 연결

세 변수의 결합확률은 각 확률의 곱이다.

R2. 합3인 경우 나누기

조건

세 값은0,1,2뿐이다.

사용 과정

합3은 (1,1,1)과 (0,1,2)의 순열6개이다. 각각의 총확률은1/8과6/32=3/16이다.
합은5/16이다.

결과 · 다음 연결

X1=X2인 경우는(1,1,1)뿐이다.

R3. 조건부확률

조건

조건 사건의 확률은5/16이다.

사용 과정

(1/8)/(5/16)=2/5이다.

결과 · 다음 연결

p+q=7이다.

확률과 통계 30번 해설

30번 | 정답 67 | 4점

R1. 조건 아래의 순서별 확률 확인

조건

빨간색5번, 파란색5번이 나오는 순서를 고정한다.

사용 과정

분모는$3 \cdot 4 \cdot \cdots \cdot 12$이다. 빨간색 선택의 분자는$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$, 파란색은$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$이다. 순서와 관계없이 같은 확률이다.

결과 · 다음 연결

조건 아래252개 색 순서는 모두 같은 확률이다.

R2. 두 번씩 끊어 차이를 추적

조건

짝수 번째까지의 차이는0 또는2여야 한다. 홀수 번째는1이다.

사용 과정

차이가0인 상태에서 다음 두 번은 빨강-파랑 또는 빨강-빨강이다. 차이가2인 상태에서는 파랑-파랑 또는 파랑-빨강이다. 따라서 다음 짝수 단계의 상태0,2를 각각하나의 방법으로 선택한다.

결과 · 다음 연결

첫4개의 짝수 단계는 각각2가지, 마지막은 차이0으로 정해진다.

R3. 경우의 수와 조건부확률

조건

조건을 만족하는 순서는$2^4 = 16$개이다.

사용 과정

확률=16/252=4/63이다.

결과 · 다음 연결

p+q=67이다.

미적분 해설

미적분 해설

23번 | 정답 ③ | 2점

R1. 표준 극한으로 바꾸기

조건

$3x$도 0으로 간다.

사용 과정

식을 $\frac{3}{2}\cdot\frac{\sin 3x}{3x}$로 쓴다.

결과 · 다음 연결

극한은 $3/2$이다.

24번 | 정답 ③ | 3점

R1. 곱의 미분

조건

$x>0$이다.

사용 과정

곱을 미분하면 $f'(x)=3x^2\ln x+x^2$이다. $x=e$와 $\ln e=1$을 넣는다.

결과 · 다음 연결

$f'(e)=4e^2$이다.

미적분 25번 해설

25번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 분모의 미분을 찾기

조건

분자의 $2x$는 분모 $1+x^2$의 도함수이다.

사용 과정

$1+x^2>0$이므로 부정적분은 $\ln(1+x^2)+\mathrm{C}$이다. 여기서 C는 적분상수이다.

결과 · 다음 연결

정적분의 값은 $\ln 2-\ln 1=\ln 2$이다.

26번 | 정답 ② | 3점

R1. 두 변화율의 비

조건

$t>0$이고 $dx/dt=1+1/t\neq 0$이다.

사용 과정

$dy/dx=(1-1/t)/(1+1/t)=(t-1)/(t+1)$이다.

결과 · 다음 연결

$t=2$에서 기울기는 $1/3$이다.

미적분 27번 해설

27번 | 정답 ④ | 3점

R1. 두 공비의 범위 확인

조건

$a-1$과 $2-a$는 모두 0과 1 사이이고 그 합은 1이다.

사용 과정

$r=a-1$, $s=2-a$라 놓으면 두 급수의 합은 $r/(1-r)+s/(1-s)=r/s+s/r$이다.

결과 · 다음 연결

$r^2+s^2=4rs$이고 $(r+s)^2=1$이므로 $rs=1/6$이다.

R2. a의 이차식과 두 해의 범위

조건

$(a-1)(2-a)=1/6$이다.

사용 과정

$a^2-3a+13/6=0$이다. 두 근은 $(3\pm1/\sqrt{3})/2$로 모두 1과 2 사이이다.

결과 · 다음 연결

두 근의 제곱의 합은 $9-2\cdot13/6=14/3$이다.

미적분 28번 해설

28번 | 정답 ③ | 4점

R1. 접점을 미지수로 두기

조건

접점의 x좌표를 $t>0$이라 두면 기울기는 $2\ln t/t$이다.

사용 과정

접선의 y절편은 $(\ln t)^2-2\ln t$이다. P를 지나므로 이 값은 3이다. $\mathrm{L}=\ln t$로 놓으면 $\mathrm{L}^2-2\mathrm{L}-3=0$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{L}=-1, 3$이므로 두 접점은 $\mathrm{A}=(e^{-1}, 1)$, $\mathrm{B}=(e^3, 9)$이다.

R2. 공통 꼭짓점을 기준으로 넓이 계산

조건

P를 원점으로 옮겨도 넓이는 같다.

사용 과정

PA의 좌표 변화는 $(e^{-1}, -2)$, PB는 $(e^3, 6)$이다. 두 직각삼각형의 넓이를 더하면 $\mathrm{S}=(6e^{-1}+2e^3)/2$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{S}=3e^{-1}+e^3$이다.

R3. 목표식에 대입

조건

구하는 식은 두 접점의 지수를 소거한다.

사용 과정

$e(\mathrm{S}-e^3)=e\cdot 3e^{-1}$이다.

결과 · 다음 연결

구하는 값은 3이다.

미적분 29번 해설

29번 | 정답 86 | 4점

R1. 주어진 급수에서 각을 결정할 식을 만든다

조건

$\mathrm{S}=\sum_{n\ge 1}\sin(n\theta)/2^n$라 두자. 이 급수는 절대수렴한다.

사용 과정

$\sin((n+1)\theta)+\sin((n-1)\theta)=2\cos\theta\sin(n\theta)$를 합에 적용하면 $(2\mathrm{S}-\sin\theta)+\mathrm{S}/2=2\cos\theta\,\mathrm{S}$이다.

결과 · 다음 연결

$\mathrm{S}=2\sin\theta/(5-4\cos\theta)$이다.

R2. 각의 범위로 후보를 걸러 주기를 확정한다

조건

$\mathrm{S}=\sqrt{3}/3$이고 $\sin\theta>0$이다.

사용 과정

$6\sin\theta=\sqrt{3}(5-4\cos\theta)$를 제곱하고 $c=\cos\theta$라 두면 $28c^2-40c+13=0$이다. 따라서 $c=1/2$ 또는 $13/14$이다. $\theta>\pi/4$에서 $c<\sqrt{2}/2$이므로 $13/14$는 제외된다.

결과 · 다음 연결

$\theta=\pi/3$이다. 이 값은 제곱 전 식도 만족한다.

R3. 절댓값 주기의 0인 항을 전체 합에서 뺀다

조건

$|\sin(n\pi/3)|$는 3의 배수에서 0, 나머지에서 $\sqrt{3}/2$이다.

사용 과정

$\sum_{n\ge 1}nr^n=r/(1-r)^2$는 급수에 r을 곱해 빼서 얻는다. 따라서 구하는 합은
$\frac{\sqrt{3}}{2}(2-3\sum_{k\ge 1}k/8^k)=\frac{\sqrt{3}}{2}(2-24/49)=37\sqrt{3}/49$이다.

결과 · 다음 연결

$p+q=49+37=86$이다.

미적분 30번 해설

30번 | 정답 9 | 4점

R1. 전 구간의 부호로 매개변수 정하기

조건

$e^x > 0$이므로 이차식이 항상 0 이상이고 영점을 가져야 한다.

사용 과정

이차식의 최솟값은 $2a - a^2 = 0$이다. $a > 0$에서 $a = 2$이다. 따라서 $f(x) = e^x(x-2)^2$, $f'(x) = e^x x(x-2)$이다.

결과 · 다음 연결

증가 · 감소 · 증가 구간은 $(-\infty, 0)$, $(0, 2)$, $(2, \infty)$ 순서이고 $f(0) = 4$, $f(2) = 0$이다.

R2. 높이에 따른 원상의 수와 위치

조건

$x \to -\infty$에서 $f(x) \to 0$이다.

사용 과정

$0 < y < 4$는 음수 구간, $(0, 2)$, $(2, \infty)$에서 각각 한 원상을 갖는다. $y = 0$의 원상은 2 하나이다. $y = 4$의 원상은 0과 $r > 2$이다. $f(3) = e^3 > 4$이므로 $2 < r < 3$이다.

결과 · 다음 연결

음수 높이에는 원상이 없다.

R3. 바깥 두 번의 원상 전개

조건

$f(f(x))$가 0 또는 r이어야 한다.

사용 과정

0의 원상은 2이다. $0 < r < 4$이므로 그 원상은 $u < 0$, $0 < v < 2$, $2 < w < 3$ 세 개이다. 마지막 부등식은 $f(3) > 4 > r$에서 나온다.

결과 · 다음 연결

$f(x)$가 $2, u, v, w$ 중 하나이면 된다.

미적분 30번 해설

R4. 마지막 원상 합산

조건

$u<0$이고 $2, v, w$는 모두 0과 4 사이이다.

사용 과정

$f(x)=u$는 불가능하다. 나머지 서로 다른 세 높이는 각각 세 원상을 갖고, 높이가 다르므로 원상끼리 겹치지 않는다.

결과 · 다음 연결

$3+3+3=9$개이다.

기하 해설

23번 | 정답 ③ | 2점

R1. 초점 거리의 합

조건

타원의 장반경은4이다.

사용 과정

$PF+PF'=8$이므로 $PF'=8-3$이다.

결과 · 다음 연결

5이다.

24번 | 정답 ① | 3점

R1. 차의 길이 제곱

조건

내적을 전개한다.

사용 과정

$|a-b|^2=|a|^2+|b|^2-2a\cdot b=4+9-2$이다.

결과 · 다음 연결

11이다.

기하 25번 해설

25번 | 정답 ⑤ | 3점

R1. 중심에서 평면까지의 거리

조건

구의 반지름은5이고 중심의 z좌표는3이다.

사용 과정

원의 반지름 r에 대하여 $r^2+3^2=5^2$ 이다.

결과 · 다음 연결

r=4이다.

26번 | 정답 ③ | 3점

R1. 접선식에서 절편 얻기

조건

포물선은4p=12이므로 초점F=(3,0)이다.

사용 과정

접선은6y=6(x+3), 즉y=x+3이다. A=(-3,0)이다.

결과 · 다음 연결

AF=6이다.

기하 27번 해설

27번 | 정답 ④ | 3점

R1. 위치 벡터의 길이

조건

주어진 벡터식의 분모 3은 길이의 제곱에서 9가 된다.

사용 과정

$9AP^2 = |\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}|^2$이다. 내적을 전개하면 $|\overrightarrow{AB}|^2 + 4|\overrightarrow{AC}|^2 + 4\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$이다. 따라서 $36 + 4 \cdot 16 + 4 \cdot 12$를 계산한다.

결과 · 다음 연결

구하는 값은 148이다.

28번 | 정답 ③ | 4점

R1. 대칭인 두 접선의 교점

조건

P=(u,v),Q=(u,-v)라 두면 u,v>0이다.

사용 과정

두 접선은 ux/25±vy/9=1이다. 연립하면 T=(25/u,0)이다.

결과 · 다음 연결

PQ=2v이고 $PT^2 = (25/u-u)^2 + v^2$ 이다.

기하 28번 해설

R2. 거리 조건과 타원식을 결합

조건

PT=2PQ이므로 $PT^2=16v^2$ 이다.

사용 과정

$(25-u^2)^2/u^2=15v^2$ 이다. 타원식에서 $v^2=9(25-u^2)/25$이며$25-u^2>0$이다. 이를 대입하고 약분하면 $(25-u^2)/u^2=27/5$이다.

결과 · 다음 연결

$u^2=125/32$이다.

R3. 교점 거리

조건

OT=25/u이다.

사용 과정

$OT^2=625/(125/32)$이다.

결과 · 다음 연결

160이다.

29번 | 정답 33 | 4점

R1. 주어진 각에서 높이 복원

조건

$CA^2=c^2+16$,$CB^2=c^2+9$,$AB^2=25$이다.

사용 과정

코사인법칙에서 $\cos\angle ACB=c^2/\sqrt{((c^2+16)(c^2+9))}$이다. $u=c^2>0$로 두고 제곱하면$65u^2=36(u+16)(u+9)$이다.

결과 · 다음 연결

(u-36)(29u+144)=0이므로 u=36,c=6이다.

기하 29번 해설

R2. 두 평면의 교선에 수직인 단면

조건

교선은AB이다. 원점O에서AB에 내린 수선의 발을H라 하자.

사용 과정

직각삼각형OAB는 넓이6,AB=5이므로 OH=12/5이다. CO는xy평면에 수직이고 OH⊥AB이므로 CH⊥AB이다. 따라서θ =∠CHO이다.

결과 · 다음 연결

CH^2 =CO^2 +OH^2 =36+144/25이다.

R3. 높이 비와 목표 연결

조건

직각삼각형COH에서 θ 에 대한 인접변은OH이다.

사용 과정

$\cos^2\theta$ =OH^2 /CH^2 =144/1044=4/29이다.

결과 · 다음 연결

p+q=33이다.

30번 | 정답 601 | 4점

R1. 평면 조건을 하나의 매개변수로 나타내기

조건

3x+4y=12를 만족하는 x,y를 나타낸다.

사용 과정

x=2-4t, y=3/2+3t로 놓을 수 있다. 이때 PA^2 =$25t^2$ +25t+25/4+z^2 , PB^2 =$25t^2$ -25t+25/4 +z^2 이다.

결과 · 다음 연결

PA^2 -PB^2 =50t이다.

기하 30번 해설

R2. 거리의 합에서 차와 개별 거리를 얻기

조건

PA+PB=10이다.

사용 과정

(PA-PB) · 10=50t이므로 PA-PB=5t이다. 따라서 PA=5+(5/2)t, PB=5-(5/2)t이다. PA^2 의 두 표현을 같게 두면 $z^2=(75/4)(1-t^2)$이다.

결과 · 다음 연결

실제 점의 범위는 $-1\le t\le 1$이며 이 범위에서 두 거리도 양수이다.

R3. 목표 거리의 한 변수 식

조건

$OP^2=x^2+y^2+z^2$ 이다.

사용 과정

$x^2+y^2=25t^2-7t+25/4$이다. 여기에 z^2 를 더하면 $OP^2=25+(25/4)t^2-7t$이다. 이를 완전제곱으로 쓰면 $(25/4)(t-14/25)^2+576/25$이다.

결과 · 다음 연결

$t=14/25$는 허용 범위 안이므로 최솟값은$576/25$이다.

R4. 최솟값이 실제로 가능한지 확인

조건

$|14/25|<1$에서 $z^2>0$이다.

사용 과정

그 양 · 음의 제곱근을 택하면 처음의 평면식과 두 거리의 합을 모두 만족하는 점이 존재한다.

결과 · 다음 연결

p+q=25+576=601이다.